САМАРСКИЙ ПОЛИТЕХ
Опорный университет

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)
Филиал ФГБОУ ВО «СамГТУ» в г. Белебее Республики Башкортостан

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала ФГБОУ ВО «СамГТУ»
в г. Белебее Республики Башкортостан
_____ Л.М. Инаходова
26 мая 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.02.01 «Высшая математика»

Код и направление подготовки (специальность)	**08.03.01 Строительство**
Направленность (профиль)	**Теплогазоснабжение и вентиляция**
Квалификация	**Бакалавр**
Форма обучения	**Очно-заочная**
Год начала подготовки	**2022**
Выпускающая кафедра	**Инженерные технологии**
Кафедра-разработчик	**Инженерные технологии**
Объем дисциплины, ч. / з.е.	**360 / 10**
Форма контроля (промежуточная аттестация)	**Зачет, Экзамен, Экзамен**

Белебей 2022 г.

Рабочая программа дисциплины (далее – РПД) разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 08.03.01 «Строительство», утвержденного приказом министерства образования и науки Российской Федерации от 31.05.2017 № 481, и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

старший преподаватель		И.А. Попова
(должность, степень, ученое звание)	(подпись)	(ФИО)

РПД рассмотрена и одобрена на заседании кафедры 26 мая 2022 г., протокол № 4.

Заведующий кафедрой	к.т.н., доцент	А.А. Цынаева
	(степень, ученое звание, подпись)	(ФИО)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель образовательной программы	доцент, к.т.н.	А.А. Цынаева
	(степень, ученое звание, подпись)	(ФИО)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 3

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 4

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся 5

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 5

4.1. Содержание лекционных занятий 5

4.2. Содержание лабораторных занятий 5

4.3. Содержание практических занятий 6

4.4. Содержание самостоятельной работы 6

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля) 7

6. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) 10

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения 11

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем 12

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) 12

10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) 12

Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной атестации

Приложение 2. Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины (модуля)

Приложение 3. Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программ

Универсальные компетенции

Таблица 1

Наименование категории (группы) компетенций	Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
Системное и критическое мышление	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИД-1 УК-1** Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**З1 УК-1.1** Знать: методики поиска, сбора и обработки информации, метод системного анализа
			ИД-2 УК-1 Использует системный подход для решения поставленных задач	**У1 УК-1.2** Уметь: применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач и осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из актуальных российских и зарубежных источников **В1 УК-1.2** Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач

Общепрофессиональные компетенции

Таблица 2

Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	**ИД-4 ОПК-1** Представляет базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й)	**З4 ОПК-1.4** Знать: Базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й) **У4 ОПК-1.4** Уметь: Представлять базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й) **В4 ОПК-1.4** Владеть: Методикой представления базовых для профессиональной сферы физических процессов и явлений в виде математического(их) уравнения(й)
		ИД-6 ОПК-1 Выполняет решение инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа	**З6 ОПК-1.6** Знать: математический аппарат векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа **У6 ОПК-1.6** Уметь: Решать инженерные задачи с помощью математического аппарата векторной алгебры,

			аналитической геометрии и математического анализа **В6 ОПК-1.6** Владеть: методикой решения инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа
		ИД-7 ОПК-1 Выполняет решение уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа	**З7 ОПК-1.7** Знать: методы линейной алгебры и математического анализа **У7 ОПК-1.7** Уметь: Решать уравнения, описывающие основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа **В7 ОПК-1.7** Владеть: методикой решения уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа
		ИД-8 ОПК-1 Осуществляет обработку расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами	**З8 ОПК-1.8** Знать: основные вероятностно-статистические методы обработки расчетных и экспериментальных данных **У8 ОПК-1.8** Уметь: проводить обработку расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами **В8 ОПК-1.8** Владеть: методикой обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами

Профессиональные компетенции

Таблица 3

Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
не предусмотрены учебным планом			

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины в структуре образовательной программы: обязательная часть.

Таблица 4

Код компетенции	Предшествующие дисциплины	Параллельно осваиваемые дисциплины	Последующие дисциплины
УК-1		Учебная практика: проектная практика; Физика	
ОПК-1		Экология; Теоретическая механика; Инженерная и компьютерная графика; Физика; Химия	Основы технической механики; Механика жидкости и газа

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Таблица 5

Вид учебной работы	Всего часов		
Аудиторная контактная работа (всего), в том числе:	**36**	**32**	**4**
лекционные занятия (ЛЗ)*	18	16	2
лабораторные работы (ЛР)	0	0	0
практические занятия (ПЗ)	18	16	2
Внеаудиторная контактная работа, КСР	**10**	**9**	**1**
Самостоятельная работа (всего), в том числе:	**292**	**265**	**27**
подготовка к ПЗ	49	45	5
подготовка к контрольным работам	49	44	5
самостоятельное изучение материала	97	88	9
подготовка к зачёту/ экзамену	48	44	4
выполнение домашних заданий	49	44	4
Формы текущего контроля успеваемости	Контрольные работы. Практические задания	. Практические задания.	Контрольные работы.
Формы промежуточной аттестации	**зачет, экзамен, экзамен, контрольная работа, контрольная работа**	**экзамен, экзамен, контрольная работа, контрольная работа**	**зачет**
Контроль	**22**	**18**	**4**
ИТОГО: час.	**360**	**324**	**36**
ИТОГО: з.е.	**10**	**9**	**1**
*** -** проведение лекционных занятий в СДО MOODLE с использованием онлайн-контента			

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Таблица 6

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы						
		ЛЗ	ЛР	ПЗ	СРС	КСР	Конт-роль	Всего часов
1	Линейная алгебра	2	-	2	30	1	2	37
2	Векторная алгебра	2	-	2	29	1	2	36
3	Аналитическая геометрия	2	-	2	30	1	2	37
4	Введение в математический анализ	2	-	2	29	1	2	36
5	Дифференциальное исчисление	-	-	-	29	1	2	32
6	Интегральное исчисление	2	-	2	29	1	2	36
7	Дифференциальные уравнения	2	-	2	29	1	2	36
8	Ряды	2	-	2	29	1	2	36
9	Теория вероятности	2	-	2	29	1	2	36
10	Математическая статистика	2	-	2	29	1	2	36
	Итого:	**18**	**0**	**18**	**292**	**10**	**22**	**360**

4.1. Содержание лекционных занятий

Таблица 7

№ ЛЗ	Наименование раздела	Тема лекции	Содержание лекции (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Кол-во часов
		1		
1	Линейная алгебра	Введение.	Введение. Предмет математики. Роль математических моделей в процессе познания. Определители 2 и 3 порядков. Основные свойства, минор и алгебраическое дополнение. Понятие об определителе n-порядка и его вычисление. Системы линейных уравнений. Метод Крамера.	2

2	Векторная алгебра	Векторы.	Векторы. Скалярное произведение. Свойства и вычисление. Векторное произведение. Свойства и вычисление. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условия коллинеарности векторов. Смешанное произведение. Свойства и вычисление. Компланарность векторов.	2
3	Аналитическая геометрия	Уравнение плоскости.	Уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным вектором нормали. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.	2
4	Введение в математический анализ	Предел функции одной и нескольких переменных.	Предел функции одной и нескольких переменных. Понятие БМ и ББ величин, ограниченной и отделимый от нуля величин, их свойства. Простейшие свойства пределов. Сравнение БМ и ББ. Свойства эквивалентных БМ и ББ величин	2
5	Интегральное исчисление	Первообразная и неопределенный интеграл.	Первообразная и неопределенный интеграл. Оператор интегрирования и его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.	2
6	Дифференциальные уравнения	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Задача Коши для ДУ первого порядка. Геометрическое толкование ДУ первого порядка и его решений. Уравнения с разделяющимися переменными.	2
7	Ряды	Числовые ряды.	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Простейшие действия над рядами: умножение на число, сложение и вычитание. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения.	2
8	Теория вероятности	Предмет теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями. Статистическое, классическое и аксиоматическое определение вероятности. Геометрические вероятности.	2
			Итого за :	**16**
		2		
1	Математическая статистика	Элементы математической статистики.	Элементы математической статистики.	2
			Итого за :	**2**
			Итого:	**18**

4.2. Содержание лабораторных занятий

Таблица 8

№ ЛР	Наименование раздела	Наименование лабораторной работы	Содержание лабораторной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Кол-во часов
не предусмотрены учебным планом				

4.3. Содержание практических занятий

Таблица 9

№ ПЗ	Наименование раздела	Тема практического занятия	Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Кол-во часов
		1		
1	Линейная алгебра	Вычисление определителей 2 и 3 порядков.	Вычисление определителей 2 и 3 порядков. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Действия с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2
2	Векторная алгебра	Векторы.	Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов.	2
3	Аналитическая геометрия	Плоскость в пространстве.	Плоскость в пространстве. Условия перпендикулярности и параллельности плоскостей. Прямая на плоскости и в пространстве. Векторное,	2

			каноническое и параметрические уравнения прямой.	
4	Введение в математический анализ	Вычисление пределов.	Вычисление пределов. Неопределенности вида: $\left[\frac{\infty}{\infty}\right], \left[\frac{0}{0}\right], [\infty-\infty], [0\cdot\infty]$.	2
5	Дифференциальное исчисление	Вычисление производных числовой функции одной переменной.	Вычисление производных числовой функции одной переменной, параметрических заданных функций, неявно заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.	2
6	Интегральное исчисление	Непосредственное интегрирование.	Непосредственное интегрирование. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен. Интегрирование заменой переменной и по частям.	2
7	Ряды	Числовые ряды с положительными членами.	Числовые ряды с положительными членами. Признаки сходимости: необходимый, сравнения. Достаточные признаки: Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак.	2
8	Теория вероятности	Элементы комбинаторики.	Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания.	2
			Итого за :	**16**
		2		
1	Математическая статистика	Оценки параметров распределения:	Оценки параметров распределения: точечные и интервальные. Доверительный интервал и доверительная вероятность.	2
			Итого за :	**2**
			Итого:	**18**

4.4. Содержание самостоятельной работы

Таблица 10

№ п/п	Наименование раздела	Вид самостоятельной работы	Содержание самостоятельной работы (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)	Кол-во часов
		Курс 1		
1.	Линейная алгебра	самостоятельное изучение материала	Уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным вектором нормали. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Прямая в пространстве и на плоскости. Векторное, канонические и параметрические уравнения прямой.Каноническиеуравнениякривых второго порядка	9
	Векторная алгебра			9
	Аналитическая геометрия			9
	Введение в математический анализ			7
	Дифференциальное исчисление			9
	Интегральное исчисление			8
	Дифференциальные уравнения			9
	Ряды			7
	Теория вероятности			8
	Математическая статистика			9
2.	Линейная алгебра	подготовка к ПЗ	Вычисление определителей 2 и 3 порядков. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Действия с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Векторы. Скалярное произведение. Свойства и вычисление. Векторное произведение. Свойства и вычисление. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условия коллинеарности векторов. Смешанное произведение. Свойства и вычисление. Компланарность векторов.	2
	Векторная алгебра			3
	Аналитическая геометрия			2
	Введение в математический анализ			3
	Интегральное исчисление			3
	Дифференциальные уравнения			2
	Ряды			3
	Теория вероятности			3
	Математическая статистика			3
3.	Линейная алгебра	подготовка к контрольным работам (тестированию)	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$	4
	Векторная алгебра			4

	Аналитическая геометрия		Определить, какие ряды сходятся: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{2n+3}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{8^n}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln(n+1)}{n+1}$. А) Б) В) ; Г)	4
	Введение в математический анализ			3
	Дифференциальное исчисление		Исследовать на сходимость ряды $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+5)^n}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^2}{n^6+3}$. А) Б)	3
	Интегральное исчисление			3
	Дифференциальные уравнения		Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-5)^n}{n^3}$	3
	Ряды		Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2x)^n}$	3
	Теория вероятности			3
	Математическая статистика		Разложить в ряд Маклорена функцию $\frac{e^{3x}-1}{9x}$	3
4.	Линейная алгебра	подготовка к зачёту/ экзамену	Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непре-рывных на отрезке. Дифференциал отображения. Дифференциал и производная числовой функции одной пе-ременной. Таблица производных. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Производ-ная и дифференциал сложной функции многих переменных. Производная неявной функ-ции одной и многих переменных. Производные и дифференциалы высших порядков для функции одной переменной. Част-ные производные и дифференциалы высших порядков для функции многих перемен¬ных. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Роля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Формула Тейлора для функции одной переменной. и др.	7
	Векторная алгебра			7
	Аналитическая геометрия			7
	Введение в математический анализ			7
	Дифференциальное исчисление			7
	Интегральное исчисление			7
	Дифференциальные уравнения			7
	Ряды			7
	Теория вероятности			7
	Математическая статистика			8
5.	Линейная алгебра	выполнение домашних заданий	Числовые ряды с положительными членами. Признаки сходимости: необходимый, сравнения. Достаточные признаки: Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак.	4
	Векторная алгебра			4
	Аналитическая геометрия			3
	Введение в математический анализ			3
	Дифференциальное исчисление			3
	Интегральное исчисление			3
	Дифференциальные уравнения			3
	Ряды			3
	Теория вероятности			3
	Математическая статистика			3
			Итого за семестр:	**265**
			Курс 2	
6.	Линейная алгебра	самостоятельное изучение материала	Первообразная и неопределенный интеграл. Оператор интегрирования и его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о производной интеграла по верхнему пределу. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.	1
	Векторная алгебра			1
	Аналитическая геометрия			1
	Введение в			1

	математический анализ			
7.	Дифференциальное исчисление	подготовка к ПЗ	Вычисление производных числовой функции одной переменной, параметрических заданных функций, неявно заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. Вычисление производной сложной функции одной переменной. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков одной и нескольких переменных.	1
	Интегральное исчисление			1
	Дифференциальные уравнения			1
	Ряды			1
8.	Линейная алгебра	выполнение РГР	Расчетно-графическая работа	1
	Векторная алгебра			1
	Теория вероятности			1
	Математическая статистика			1
9.	Аналитическая геометрия	выполнение домашних заданий	Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах. Интегрирование ДУ, допускающих понижение порядка. Примеры физических и экономических задач, приводящих к ДУ.	1
	Введение в математический анализ			1
	Дифференциальное исчисление			1
	Интегральное исчисление			1
10.	Дифференциальные уравнения	подготовка к контрольным работам (тестированию)	Разложить в ряд Маклорена функцию $\frac{e^{3x}-1}{9x}$	1
	Ряды		Функция $f(x)=\begin{cases}-2, -2\le x<0\\ 2x, 0\le x\le 2\end{cases}$ разложена на отрезке $[-2;2]$ в тригонометрический ряд Фурье. Этот ряд в точке $x=0$ сходится к	1
	Теория вероятности			1
	Математическая статистика		Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $f(x)=\begin{cases}3, 0\le x<2\\ 0, 2\le x\le 5\end{cases}$	1
11.	Линейная алгебра	подготовка к зачёту/ экзамену	Определители 2-го и 3-го порядка и их основные свойства. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Понятие об определителе n-го порядка. Его вычисление. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матрицы, их виды. Операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица. Ее вычис¬ление. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема Кронекера- Капели. Метод Гаусса. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. и тд.	1
	Векторная алгебра			1
	Аналитическая геометрия			1
	Введение в математический анализ			1
	Дифференциальное исчисление			1
	Интегральное исчисление			1
	Дифференциальные уравнения			1
			Итого за семестр:	**27**
			Итого:	**292**

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Методические указания при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции для того, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут подняты в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т. е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т. п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы,

предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

2. Методические указания при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выработать определенные решения по обозначенной проблеме. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

3. Методические указания по самостоятельной работе

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т. д.;
- в методическом кабинете, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

4. Методические указания при написании контрольной работы

Структура контрольной работы:

- титульный лист,
- содержание контрольной работы,
- основная часть контрольной работы,
- выводы по работе,
- список использованной литературы.

Объем контрольной работы до 15 страниц машинописного текста через 1.5 интервала. В контрольной работе должно быть отражено умение систематизировать, анализировать, обобщать, делать выводы и связывать теоретические знания с практикой. В тексте необходимо выделить основные идеи и предложить собственное отношение к ним, основные положения работы желательно иллюстрировать своими примерами. В тексте необходимо делать ссылки на использованную литературу с указанием страниц. В контрольной работе должны активно использоваться не менее 3 источников.

6. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Таблица 11

№ п/п	Автор(ы), наименование, место, год издания (если есть, указать «гриф»)	Книжный фонд (КФ) или электрон. ресурс (ЭР)	Литература	
			учебная	для самост. работы

1.	Корнфельд, С.Г. Двухуровневые задания по высшей математике для студентов I курса : учеб.-метод.пособие / С. Г. Корнфельд; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика .- 2-е изд..- Самара, 2013.- 92 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||897	ЭР	+	
2.	Бенгина, Т.А. Статистический анализ экспериментальных данных : учеб. пособие / Т. А. Бенгина, В. Г. Саркисов, Л. Н. Смирнова; Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика и прикладная информатика.- Самара, 2017.- 73 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2787	ЭР	+	
3.	Кубышкина, С.Н. Введение в анализ. Дифференцирование функций : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2015.- 59 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2252	ЭР	+	
4.	Евдокимов, М.А. Сборник задач по высшей математике.Тестовые методы контроля знаний : учеб. пособие / М. А. Евдокимов, Л. А. Муратова, Л. В. Лиманова; Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика и прикладная информатика.- Самара, 2015.- 78 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3075	ЭР	+	
5.	Евдокимов, М.А. Введение в математический анализ.Теориямножеств.Отображения.Теорияпределов.Вычислениепределов.Не прерывность функций : учеб.пособие / М. А. Евдокимов, Л. Г. Волкова, Е. А. Райков; Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика и прикладная информатика.- Самара, 2013.- 140 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||870	ЭР	+	
6.	Евдокимов, М.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб.пособие / М. А. Евдокимов, Е. Ю. Чекотило; Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика и прикладная информатика.- Самара, 2013.- 291 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||871	ЭР	+	
7.	Тарасенко, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / А. В. Тарасенко, И. П. Егорова; Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика.- Самара, 2019.- 94 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3629	ЭР	+	
8.	Кубышкина, С.Н. Введение в анализ. Дифференцирование функций : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2015.- 59 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2252	ЭР	+	
9.	Дифференциальные уравнения в частных производных : метод. указания / Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика; сост. В. Г. Гумеров [и др.].- Самара, 2018.- 58 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3240	ЭР		+
10.	Задания для подготовки к изучению курса высшей математики : учеб.-метод.пособие / Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика; сост. С. Г. Корнфельд.- Самара, 2013.- 59 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||896	ЭР		+
11.	Корнфельд, С.Г. Дифференциальные уравнения. Ряды. Теория вероятностей : практикум / С. Г. Корнфельд, Н. Н. Попов; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2014.- 101 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||2087	ЭР		+
12.	Кубышкина, С.Н. Тренировочные тесты по курсу математики. Ч. 1 : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова, Е. А. Тарасова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 73 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3376	ЭР		+
13.	Радченко, В.П. Алгебра и геометрия : сб. задач с решениями / В. П. Радченко, О. С. Афанасьева, Е. В. Небогина; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 103 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu||elib||3336	ЭР		+

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование. Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной информационной образовательной среды университета.

Программное обеспечение

Таблица 12

№ п/п	Название	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)	Правообладатель (производитель)	Страна происхождения (иностранное или отечественное)
1.	LibreOffice Writer	свободно распространяемое	The Document Foundation	иностранное

2.	LibreOffice Impress	свободно распространяемое	The Document Foundation	иностранное
3.	LibreOffice Calc	свободно распространяемое	The Document Foundation	иностранное
4.	Adobe Reader	свободно распространяемое	Adobe Systems Incorporated	иностранное
5.	Справочно-правовая система «Консультант Плюс»	лицензионное	НПО «ВМИ»	отечественное
6.	Антивирус Касперского	лицензионное	Лаборатория Касперского	отечественное
7.	Яндекс.Браузер https://browser.yandex.com	свободно распространяемое	Яндекс	отечественное
8.	Архиватор 7-Zip	свободно распространяемое	7-zip.org	иностранное
9.	K-Lite Codec Pack https://codecguide.com	свободно распространяемое	CODEC GUIDE	иностранное

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

Таблица 13

№ п/п	Наименование	Краткое описание	Режим доступа
1	Электронно-библиотечная система IPRbooks	Электронно-библиотечная система	http://www.iprbookshop.ru/
2	Электронно-библиотечная система СамГТУ	Электронная библиотека СамГТУ	https://elib.samgtu.ru/
3	eLIBRARY.RU	Научная электронная библиотека	http://www.elibrary.ru/

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Практические занятия

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ:

- методический кабинет (ауд. 9).

10. Фонд оценочных средств по дисциплине

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации представлен в Приложении 1.

Полный комплект контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине, практике хранится на кафедре-разработчике в бумажном и электронном виде.

Приложение 1

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

по дисциплине

Б1.О.02.01 «Высшая математика»

Код и направление подготовки (специальность)	**08.03.01 Строительство**
Направленность (профиль)	**Теплогазоснабжение и вентиляция**
Квалификация	**бакалавр**
Форма обучения	**очно-заочная**
Год начала подготовки	**2022**
Выпускающая кафедра	**Инженерные технологии**
Кафедра-разработчик	**Инженерные технологии**
Объем дисциплины, ч. / з.е.	**360 / 10**
Форма контроля (промежуточная аттестация)	**экзамен, контрольная работа, экзамен, контрольная работа, зачет**

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и признаков проявления компетенций (дескрипторов), которыми должен овладеть обучающийся в ходе освоения образовательной программы

Универсальные компетенции

Таблица 1

Наименование категории (группы) компетенций	Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
Системное и критическое мышление	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИД-1 УК-1** Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**З1 УК-1.1** Знать: методики поиска, сбора и обработки информации, метод системного анализа
			ИД-2 УК-1 Использует системный подход для решения поставленных задач	**У1 УК-1.2** Уметь: применять методики поиска, сбора, обработки информации, системный подход для решения поставленных задач и осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из актуальных российских и зарубежных источников **В1 УК-1.2** Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач

Общепрофессиональные компетенции

Таблица 2

Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	**ИД-4 ОПК-1** Представляет базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й)	**З4 ОПК-1.4** Знать: Базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й) **У4 ОПК-1.4** Уметь: Представлять базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й) **В4 ОПК-1.4** Владеть: Методикой представления базовых для профессиональной сферы физических процессов и явлений в виде математического(их) уравнения(й)
		ИД-6 ОПК-1 Выполняет решение инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа	**З6 ОПК-1.6** Знать: математический аппарат векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа **У6 ОПК-1.6** Уметь: Решать инженерные

			задачи с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа **В6 ОПК-1.6** Владеть: методикой решения инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа
		ИД-7 ОПК-1 Выполняет решение уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа	**З7 ОПК-1.7** Знать: методы линейной алгебры и математического анализа **У7 ОПК-1.7** Уметь: Решать уравнения, описывающие основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа **В7 ОПК-1.7** Владеть: методикой решения уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа
		ИД-8 ОПК-1 Осуществляет обработку расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами	**З8 ОПК-1.8** Знать: основные вероятностно-статистические методы обработки расчетных и экспериментальных данных **У8 ОПК-1.8** Уметь: проводить обработку расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами **В8 ОПК-1.8** Владеть: методикой обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами

Профессиональные компетенции

Таблица 3

Код компетенции	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения
не предусмотрены учебным планом			

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Таблица 4

Код и индикатор достижения компетенции	Оценочные средства										
	Линейная алгебра	Векторная алгебра	Аналитическая геометрия	Введение в математический анализ	Дифференциальное исчисление	Интегральное исчисление	Дифференциальные уравнения	Ряды	Теория вероятности	Математическая статистика	**Промежуточная аттестация**
	Контрольные работы, Практические задания										**экзамен, контрольная работа, экзамен, контрольная работа, зачет**
ИД-4 ОПК-1	34 ОПК-	34 ОПК-	34 ОПК-1.4	34 ОПК-1.4	34 ОПК-1.4	34 ОПК-	34 ОПК-	34 ОПК-	34 ОПК-	34 ОПК-	34 ОПК-1.4 У4 ОПК-1.4

	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	1.4 У4 ОПК-1.4 В4 ОПК-1.4	В4 ОПК-1.4
ИД-6 ОПК-1	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6	36 ОПК-1.6 У6 ОПК-1.6 В6 ОПК-1.6
ИД-7 ОПК-1	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7	37 ОПК-1.7 У7 ОПК-1.7 В7 ОПК-1.7
ИД-8 ОПК-1	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8	38 ОПК-1.8 У8 ОПК-1.8 В8 ОПК-1.8
ИД-1 УК-1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1	31 УК-1.1
ИД-2 УК-1	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2	У1 УК-1.2 В1 УК-1.2

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

2.1. Формы текущего контроля успеваемости

Во время теоретического обучения студенты сдают контрольные точки, которые осуществляются путем выполнения соответствующего задания в личном кабинете.

Образцы индивидуальных заданий на практических работах. Семестр 1

Образец индивидуального задания №1

1 Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными.
Требуется найти ее решение с помощью: а) формул Крамера; б) матричного метода, в) методом Гаусса.

1.1. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 5; \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$ 1.2. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1; \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1; \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

1.3. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$ 1.4. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2; \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$

Образец индивидуального задания №2

1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$
Средствами векторной алгебры найти:
а) длину ребра; б) угол между ребрами (с точностью до 1°); в) площадь грани; г) объем пирамиды.

Вариант	A_1	A_2	A_3	A_4
1	(4; 2; 5)	(0; 7; 2)	(0; 2; 7)	(1; 5; 0)
2	(4; 4; 10)	(4; 10; 2)	(2; 8; 4)	(9; 6; 4)
3.	(3;5;4)	(8; 7; 4)	(5; 10;4)	(4;7;8)
4	(4; 6; 5)	(6; 9; 4)	(2; 10; 10)	(7; 5; 9)

2. Даны векторы $\boldsymbol{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\boldsymbol{b}(b_1, b_2, b_3)$, $\boldsymbol{c}(c_1, c_2, c_3)$, $\boldsymbol{d}(d_1, d_2, d_3)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\boldsymbol{a, b, c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\boldsymbol{d}$ в этом базисе.

Вариант	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{d}$
1	(1;2;3)	(-1;3;2)	(7;-3;5)	(6;10;17)
2	(4;7;8)	(9;1;3)	(2;-4;1)	(1;-13;-13)
3	(8;2;3)	(4;6;10)	(3;-2;1)	(7;4;11)
4	(10;3;1)	(1;4;2)	(3;9;2)	(19;30;7)

3.1 Уравнение одной из сторон квадрата $x + 3y - 5 = 0$.
Составить уравнение трех остальных сторон квадрата, если (-1;0) - точка пересечения его диагоналей.
3.2. Даны уравнения одной из сторон ромба $x - 3y + 10 = 0$ и одной из его диагоналей $x + 4y - 4 = 0$, диагонали ромба пересекаются в точке (0; 1). Найти уравнение остальных сторон ромба.
3.3. Уравнения двух сторон параллелограмма $x + 2y + 2 = 0$ и $x + y = 0$, а уравнение одной из его диагоналей $x - 4 = 0$. Найти координаты вершин параллелограмма.
3.4. Даны две вершины $A(-3;-3)$ и $B(5;-1)$, и точка $D(4;3)$ пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.

Контрольная работа №1

Основы линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии

Задача №1

Определитель $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 5 \\ -6 & 7 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

Вычислить тремя способами.

1) по определению;
2) разложением по элементам второй строки, а затем по элементам третьего столбца;
3) созданием нулей в одной строке (или в одном из столбцов).

Решение:

1) по определению;

Определитель равен сумме произведений элементов какой-нибудь строки или столбца на их алгебраические дополнения, т.е. $D = a_1^{i_0} A_1^{i_0} + a_2^{i_0} A_2^{i_0} + \ldots + a_n^{i_0} A_n^{i_0}$,
где i_0 – фиксировано.

Найдем определитель, использовав разложение по столбцам:
Минор для (1,1):
Вычеркиваем из матрицы 1-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5

-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{1,1} = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{1,1} = (7 \cdot 1 - 5 \cdot 2) = -3$

Минор для (2,1):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,1} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{2,1} = (1 \cdot 1 - 5 \cdot 5) = -24$

Минор для (3,1):

Вычеркиваем из матрицы 3-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{3,1} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{3,1} = (1 \cdot 2 - 7 \cdot 5) = -33$

Определитель:

$\Delta = (-1)^{1+1}(-4) \cdot (-3) + (-1)^{2+1}(-6) \cdot (-24) + (-1)^{3+1}3 \cdot (-33) = (-4) \cdot (-3) - (-6) \cdot (-24) + 3 \cdot (-33) = -231$

2) разложением по элементам второй строки, а затем по элементам третьего столбца;

Найдем определитель, использовав разложение по второй строке:

Минор для (2,1):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,1} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{2,1} = (1 \cdot 1 - 5 \cdot 5) = -24$

Минор для (2,2):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 2-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,2} = \begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{2,2} = ((-4) \cdot 1 - 3 \cdot 5) = -19$

Минор для (2,3):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,3} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{2,3} = ((-4) \cdot 5 - 3 \cdot 1) = -23$

Определитель:

$\Delta = (-1)^{2+1}(-6) \cdot (-24) + (-1)^{2+2}7 \cdot (-19) + (-1)^{2+3}2 \cdot (-23) = -(-6) \cdot (-24) + 7 \cdot (-19) - 2 \cdot (-23) = -231$

Найдем определитель, использовав разложение по 3-му столбцу:

Минор для (1,3):

Вычеркиваем из матрицы 1-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{1,3} = \begin{vmatrix} -6 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{1,3} = ((-6) \cdot 5 - 3 \cdot 7) = -51$

Минор для (2,3):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,3} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{2,3} = ((-4) \cdot 5 - 3 \cdot 1) = -23$

Минор для (3,3):

Вычеркиваем из матрицы 3-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{3,3} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -6 & 7 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$\Delta_{3,3} = ((-4) \cdot 7 - (-6) \cdot 1) = -22$

Определитель:

$\Delta = (-1)^{1+3}5 \cdot (-51) + (-1)^{2+3}2 \cdot (-23) + (-1)^{3+3}1 \cdot (-22) = 5 \cdot (-51) - 2 \cdot (-23) + 1 \cdot (-22) = -231$

3) созданием нулей в одной строке (или в одном из столбцов).

Работаем со столбцом №1

Умножим 2-ю строку на ($k = 3 / 6 = {}^{1}/_{2}$) и добавим к 3-й:

-4	1	5
-6	7	2
0	${}^{17}/_{2}$	2

Умножим 1-ю строку на ($k = -6 / 4 = {}^{-3}/_{2}$) и добавим к 2-й:

-4	1	5
0	${}^{11}/_{2}$	${}^{-11}/_{2}$
0	${}^{17}/_{2}$	2

Работаем со столбцом №2

Умножим 2-ю строку на ($k = -{}^{17}/_{2} / {}^{11}/_{2} = {}^{-17}/_{11}$) и добавим к 3-й:

-4	1	5
0	${}^{11}/_{2}$	${}^{-11}/_{2}$
0	0	${}^{21}/_{2}$

Определитель матрицы $\Delta = (-4) \cdot {}^{11}/_{2} \cdot {}^{21}/_{2} = -231$

Задача №2.

Показать совместимость системы линейных уравнений и найти ее решение тремя методами.

$2x_1+3x_2+4x_3=7$

$6x_1+x_3=6$

$4x_1+2x_2+x_3=8$

1) по формулам Крамера;
2) методом Гаусса;
3) с помощью обратной матрицы.

Выполнить проверку результата.

Решение:

1) *по формулам Крамера*;

Система совместна тогда и только тогда, когда системный (главный) определитель не равен нулю.

Определитель $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\Delta = 2 \cdot (0 \cdot 1 - 2 \cdot 1) - 6 \cdot (3 \cdot 1 - 2 \cdot 4) + 4 \cdot (3 \cdot 1 - 0 \cdot 4) = 38$

Заменим 1-ый столбец матрицы A на вектор результата B.

7	3	4
6	0	1
8	2	1

Найдем определитель полученной матрицы.

$\Delta_1 = (-1)^{1+1}a_{11}\Delta_{11} + (-1)^{2+1}a_{21}\Delta_{21} + (-1)^{3+1}a_{31}\Delta_{31} = 7 \cdot (0 \cdot 1-2 \cdot 1)-6 \cdot (3 \cdot 1-2 \cdot 4)+8 \cdot (3 \cdot 1-0 \cdot 4) = 40$

$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{40}{38} = 1.05$

Заменим 2-ый столбец матрицы A на вектор результата B.

2	7	4
6	6	1
4	8	1

Найдем определитель полученной матрицы.

$\Delta_2 = (-1)^{1+1}a_{11}\Delta_{11} + (-1)^{2+1}a_{21}\Delta_{21} + (-1)^{3+1}a_{31}\Delta_{31} = 2 \cdot (6 \cdot 1-8 \cdot 1)-6 \cdot (7 \cdot 1-8 \cdot 4)+4 \cdot (7 \cdot 1-6 \cdot 4) = 78$

$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{78}{38} = 2.05$

Заменим 3-ый столбец матрицы A на вектор результата B.

2	3	7
6	0	6
4	2	8

Найдем определитель полученной матрицы.

$\Delta_3 = (-1)^{1+1}a_{11}\Delta_{11} + (-1)^{2+1}a_{21}\Delta_{21} + (-1)^{3+1}a_{31}\Delta_{31} = 2 \cdot (0 \cdot 8-2 \cdot 6)-6 \cdot (3 \cdot 8-2 \cdot 7)+4 \cdot (3 \cdot 6-0 \cdot 7) = -12$

$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-12}{38} = -0.32$

Выпишем отдельно найденные переменные X

$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{40}{38} = 1.05$

$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{78}{38} = 2.05$

$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-12}{38} = -0.32$

Проверка.

$2 \cdot 1.05+3 \cdot 2.05+4 \cdot (-0.32) = 7$

$6 \cdot 1.05+0 \cdot 2.05+1 \cdot (-0.32) = 6$

$4 \cdot 1.05+2 \cdot 2.05+1 \cdot (-0.32) = 8$

2) *методом Гаусса;*

Запишем систему в виде расширенной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Умножим 1-ую строку на (3). Умножим 2-ую строку на (-1). Добавим 2-ую строку к 1-ой:

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & 11 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Умножим 2-ую строку на (4). Умножим 3-ую строку на (-6). Добавим 3-ую строку к 2-ой:

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & 11 \\ 0 & -12 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ -24 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Умножим 1-ую строку на (12). Умножим 2-ую строку на (9). Добавим 2-ую строку к 1-ой:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 114 \\ 0 & -12 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -36 \\ -24 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Теперь исходную систему можно записать так:

$x_3 = -36/114$

$x_2 = [-24 - (- 2x_3)]/(-12)$

$x_1 = [8 - (2x_2 + x_3)]/4$

Из 1-ой строки выражаем x_3

$x_3 = \frac{-36}{114} = -0.316$

Из 2-ой строки выражаем x_2

$x_2 = \frac{-24 - (-2) \cdot (-0.32)}{-12} = \frac{-24.632}{-12} = 2.053$

Из 3-ой строки выражаем x_1

$x_1 = \frac{8 - 2 \cdot 2.05 - 1 \cdot (-0.32)}{4} = \frac{4.211}{4} = 1.053$

3) *с помощью обратной матрицы.*

Обозначим через A — матрицу коэффициентов при неизвестных; X — матрицу-столбец неизвестных; B - матрицу-столбец свободных членов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вектор B: $B^T=(7,6,8)$

С учетом этих обозначений данная система уравнений принимает следующую матричную форму: A*X = B.

Если матрица A — невырожденная (ее определитель отличен от нуля, то она имеет обратную матрицу A^{-1}. Умножив обе части уравнения на A^{-1}, получим: $A^{-1}*A*X = A^{-1}*B$, $A^{-1}*A=E$.

Система будет иметь решение, если определитель матрицы A отличен от нуля.

Итак, определитель 38 ≠ 0, поэтому продолжаем решение. Для этого найдем обратную матрицу через алгебраические дополнения.

Пусть имеем невырожденную матрицу A:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Тогда: $A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$

где A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij} в определителе матрицы A, которое является произведением $(—1)^{i+j}$ на минор (определитель) *n-1* порядка, полученный вычеркиванием *i-й* строки и *j-го* столбца в определителе матрицы A.

Транспонированная матрица к матрице A имеет вид:

$$A^T=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычисляем алгебраические дополнения.

$A^T_{1,1}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{1,1}=(0•1-1•2)=-2$

$A^T_{1,2}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{1,2}=-(3•1-4•2)=5$

$A^T_{1,3}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{1,3}=(3•1-4•0)=3$

$A^T_{2,1}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{2,1}=-(6•1-1•4)=-2$

$A^T_{2,2}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{2,2}=(2•1-4•4)=-14$

$A^T_{2,3}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{2,3}=-(2•1-4•6)=22$

$A^T_{3,1}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$ $\Delta_{3,1}=(6•2-0•4)=12$

$A^T_{3,2}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ $\Delta_{3,2}=-(2•2-3•4)=8$

$A^T_{3,3}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$ $\Delta_{3,3}=(2•0-3•6)=-18$

Из полученных алгебраических дополнений составим присоединенную матрицу C:

$$C=\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & -14 & 22 \\ 12 & 8 & -18 \end{pmatrix}$$

Вычислим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & -14 & 22 \\ 12 & 8 & -18 \end{pmatrix}$$

Вектор результатов X

$X=A^{-1} • B$

$$X=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & -14 & 22 \\ 12 & 8 & -18 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} (-2•7)+(5•6)+(3•8) \\ (-2•7)+(-14•6)+(22•8) \\ (12•7)+(8•6)+(-18•8) \end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{38}\begin{pmatrix}40\\78\\-12\end{pmatrix}$$

$X^T=(1.05,2.05,-0.32)$

$x_1=^{40}/_{38}=1.05$

$x_2=^{78}/_{38}=2.05$

$x_3=^{-12}/_{38}=-0.32$

Задача 3

Даны координаты вершин пирамиды ABCD.

A(-3;5;7), B(7;6;7), C(-5; 7;8), D(-3;-9;8)

Найти:

1) длину ребра AB,
2) угол между ребрами AB и AD
3) площадь грани ABC
4) объем пирамиды
5) уравнение прямой AB

6) уравнение плоскости ABC
7) уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань ABC

Сделать чертеж.

Решение:

Координаты векторов находим по формуле:

$X = x_j - x_i$; $Y = y_j - y_i$; $Z = z_j - z_i$

здесь X,Y,Z координаты вектора; x_i, y_i, z_i - координаты точки A_i; x_j, y_j, z_j - координаты точки A_j;

Например, для вектора AB

$X = x_2 - x_1$; $Y = y_2 - y_1$; $Z = z_2 - z_1$

X = 7-(-3)=10; Y = 6-5=1; Z = 7-7 =0

AB(10;1;0)

AC(-2;2;1)

AD(0;-14;1)

BC(-12;1;1)

BD(-10;-15;1)

CD(2;-16;0)

1) длину ребра AB,

Длина вектора a(X;Y;Z) выражается через его координаты формулой:

$|a| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

$|AB| = \sqrt{10^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{101} = 10.05$

2) угол между ребрами AB и AD

Угол между векторами $a_1(X_1;Y_1;Z_1)$, $a_2(X_2;Y_2;Z_2)$ можно найти по формуле:

$$\cos\gamma = \frac{a_1 a_2}{|a_1| \cdot |a_2|}$$

где $a_1a_2 = X_1X_2 + Y_1Y_2 + Z_1Z_2$

Найдем угол между ребрами AB(10;1;0) и AD(0;-14;1):

$|AD| = \sqrt{0^2 + 14^2 + 1^2} = \sqrt{197} = 14.036$

$$\cos\gamma = \frac{10 \cdot 0 + 1 \cdot (-14) + 0 \cdot 1}{\sqrt{101} \cdot \sqrt{197}} = -0.0993$$

$\gamma = \arccos(0.099) = 95.699^0$

3) площадь грани ABC

Площадь грани можно найти по формуле:

$$S = \frac{1}{2}|a| \cdot |b| \sin\gamma$$

где $\sin\gamma = \sqrt{1 - \cos\gamma^2}$

Найдем площадь грани ABC

Найдем угол между ребрами AB(10;1;0) и AC(-2;2;1):

$|AC| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

$$\cos\gamma = \frac{10 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1}{\sqrt{101} \cdot 3} = -0.597$$

$\sin\gamma = \sqrt{1 - 0.597^2} = 0.802$

Площадь грани ABC

$S_{ABC} = \frac{1}{2}|AB| \bullet |AC| \sin\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{101} \bullet \sqrt{9} \bullet 0.802 = 12.093$

Найдем площадь грани с учётом геометрического смысла векторного произведения:

$S = \frac{1}{2}|\overline{AB} \times \overline{AC}|$

Векторное произведение:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 10 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = i(1 \bullet 1 - 2 \bullet 0) - j(10 \bullet 1 - (-2) \bullet 0) + k(10 \bullet 2 - (-2) \bullet 1) = i - 10j + 22k$$

$S = \frac{1}{2}|\overline{AB} \times \overline{AC}| = \frac{1}{2}|i - 10j + 22k| = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 10^2 + 22^2} = \frac{1}{2}\sqrt{585} = 12.093$

4) *объем пирамиды*

Объем пирамиды, построенный на векторах $a_1(X_1;Y_1;Z_1)$, $a_2(X_2;Y_2;Z_2)$, $a_3(X_3;Y_3;Z_3)$ равен:

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix}$$

Находим определитель матрицы

$\Delta = 10 \bullet (2 \bullet 1 - (-14) \bullet 1) - (-2) \bullet (1 \bullet 1 - (-14) \bullet 0) + 0 \bullet (1 \bullet 1 - 2 \bullet 0) = 162$

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 10 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & -14 & 1 \end{vmatrix} = \frac{162}{6} = 27$$

5) *уравнение прямой AB*

Прямая, проходящая через точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$, представляется уравнениями:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Уравнение прямой AB(10,1,0) : $\frac{x + 3}{10} = \frac{y - 5}{1} = \frac{z - 7}{0}$

6) *уравнение плоскости ABC*

Если точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$ не лежат на одной прямой, то проходящая через них плоскость представляется уравнением:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Уравнение плоскости ABC

$$\begin{vmatrix} x+3 & y-5 & z-7 \\ 10 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$(x+3)(1 \bullet 1 - 2 \bullet 0) - (y-5)(10 \bullet 1 - (-2) \bullet 0) + (z-7)(10 \bullet 2 - (-2) \bullet 1) = x - 10y + 22z - 101 = 0$

7) *уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань ABC*

D(-3,-9,8)

Прямая, проходящая через точку $M_0(x_0;y_0;z_0)$ и перпендикулярная плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ имеет направляющий вектор (A;B;C) и, значит, представляется симметричными уравнениями:

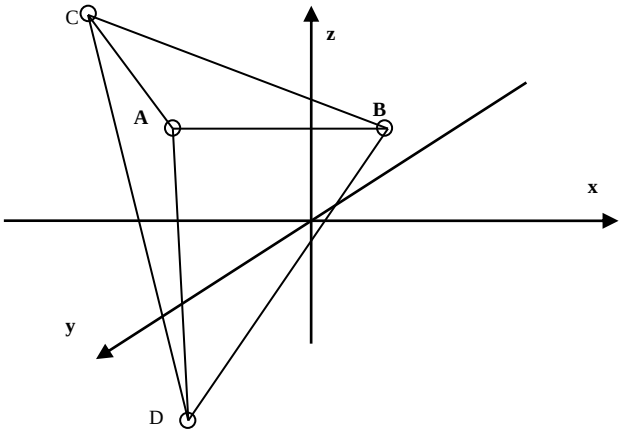
Уравнение плоскости ABC: $x - 10y + 22z - 101 = 0$

$$\frac{x - x_0}{A} = \frac{y - y_0}{B} = \frac{z - z_0}{C}$$

$$\frac{x - (-3)}{1} = \frac{y - (-9)}{-10} = \frac{z - 8}{22} \text{ или } \frac{x + 3}{1} = \frac{y + 9}{-10} = \frac{z - 8}{22}$$

Сделаем чертеж:

A(-3;5;7), B(7;6;7), C(-5; 7;8), D(-3;-9;8)



Задача №4

В прямоугольной декартовой системе координат построить линии, заданные уравнениями.

1) $4x^2+2y^2 = 56x+12y+7$

2) $y^2=-4y-x$

3) $5x^2+y^2=30x+8y-7$

Решение:

1) $4x^2+2y^2 = 56x+12y+7$

Представим в виде: $4x^2+2y^2 - 56x-12y-7=0$

Исходное уравнение определяет эллипс (4 > 0; 2 > 0)

Выделяем полные квадраты:

для x:

$4(x^2-2\cdot7x + 7^2) -4\cdot7^2 = 4(x-7)^2-196$

для y:

$2(y^2-2\cdot3y + 3^2) -2\cdot3^2 = 2(y-3)^2-18$

В итоге получаем:

$4(x-7)^2+2(y-3)^2 = 221$

Разделим все выражение на 221

$\frac{4}{221}(x-7)^2+\frac{2}{221}(y-3)^2 = 1$

Полуоси эллипса:

$a = \sqrt{221/2}; b = 1/2\sqrt{221}$

Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке: C(7; 3)

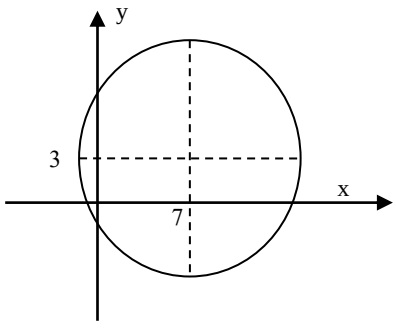
Найдем координаты фокусов $F_1(-c;0)$ и $F_2(c;0)$, где c - половина расстояния между фокусами

$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{221/2 - 221/4} = 1/2\sqrt{221} \approx 7.43$

Итак, фокусы эллипса:

$F_1(7;-1/2\sqrt{221}+3)$, $F_2(7;1/2\sqrt{221}+3)$.

Строим уравнение:



2) $y^2=-4y-x$

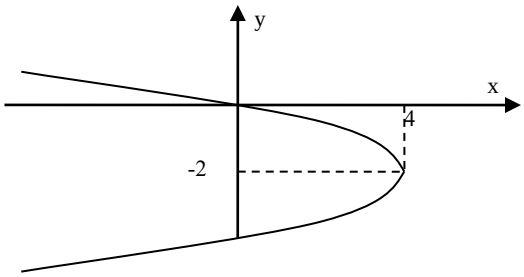
Представим в виде: $y^2+4y = -x$

Выделим полный квадрат:

$y^2+4y +4 - 4= -x$ или $(y+2)^2 = -x+4$

Уравнение представляет собой параболу с осями по Ox. Вершина параболы (4;-2). Оси направлены влево (-x< 0).

Вспомогательные точки: x=0, y = 0



3) $5x^2+y^2=30x+8y-7$

Представим в виде: $5x^2+y^2-30x-8y+7$

Исходное уравнение определяет эллипс (5 > 0; 1 > 0)

Выделяем полные квадраты:

для x:

$5(x^2-2\cdot3x + 3^2) -5\cdot3^2 = 5(x-3)^2-45$

для y:

$(y^2-2\cdot4y + 4^2) -1\cdot4^2 = (y-4)^2-16$

В итоге получаем:

$5(x-3)^2+(y-4)^2 = 54$

Разделим все выражение на 54

$\frac{5}{54}(x-3)^2+\frac{1}{54}(y-4)^2 = 1$

Полуоси эллипса:

$a = 3\sqrt{6}; b = 3\sqrt{6/5}$

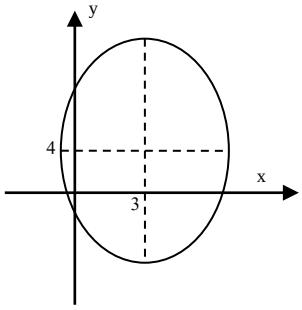
Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке: C(3; 4)

Найдем координаты фокусов $F_1(-c;0)$ и $F_2(c;0)$, где c - половина расстояния между фокусами

$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{54 - 54/5} = 6\sqrt{6/5} \approx 6.57$

С учетом центра, координаты фокусов равны:

$F_1(3;-6\sqrt{6/5}+4)$, $F_2(3;6\sqrt{6/5}+4)$.



Образцы индивидуальных заданий на практических работах. Семестр 2

Образец индивидуального задания №3

1. *Найти указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя)*

1.1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{3x^2 - 4x + 1}$; б) $\lim\limits_{x\to2}\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 10}$; в) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{\sqrt{x+4} - 1}{x^2 - 9}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1 - \cos4x}{x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to0}(1+4x)^{\frac{2}{x}}$

1.2. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3 + 3x + 2}{x^4 - 3x^2 + 4}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x + 2}$; в) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2 2x}{\sqrt{2x+5} - 3}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{tg2x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\left[1+\frac{5}{x}\right]^{-3x}$.

1.3. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 2x^2 + 3}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^3 + 8}{3x^2 + 8x + 4}$; в) $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x^2 - 1}$

г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{3x^2}{1 - \cos6x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin2x)^{\frac{3}{\sin2x}}$.

1.4. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5+4x^4-3x+2}{x^2+4x-10}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+5x-24}{2x^2-5x-3}$; в) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+11}-3}{x^2-4}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 3x}{2x^2}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{x}\right)^{2x}$.

Образец индивидуального задания №4

1. Найти интеграл, результат проверить дифференцированием.

1.	$\int\dfrac{3dx}{\sqrt{4-x^2}}$	2.	$\int\dfrac{5x^8+3}{x^3}dx$
3.	$\int\left(\dfrac{1}{1+x^2}+\dfrac{3}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$	4.	$\int\dfrac{x^2+2}{x^2+1}dx$

2. Найти интеграл, результат проверить дифференцированием.

1.	$\int\sin(1-3x)dx$	2.	$\int\cos(5x-1)dx$	3.	$\int\sqrt{3x+1}\,dx$
4.	$\int\sqrt[3]{2x-1}\,dx$	5.	$\int e^{2x+1}dx$	6.	$\int 2^{3-2x}\,dx$

3. Найти интеграл, применив метод интегрирования по частям. Результат проверить дифференцированием.

1.	$\int(x+1)\cdot e^{3x}dx$	2.	$\int(2x-1)\sin 2x\,dx$
3.	$\int\operatorname{arctg}2x\,dx$	4.	$\int\ln x\,dx$

4. Найти интеграл от выражений, содержащих квадратный трехчлен.

1.	$\int\dfrac{2x-3}{x^2-6x+25}dx$	2.	$\int\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+6x+25}}dx$
3.	$\int\dfrac{x+1}{x^2-4x+8}dx$	4.	$\int\dfrac{x+1}{x^2+2x+10}dx$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле, сделав чертеж области интегрирования.

1	$\int\limits_0^1 dy\int\limits_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$	2	$\int\limits_0^3 dy\int\limits_{-\sqrt{9-y^2}}^{3-y} f(x,y)dx$
3	$\int\limits_{-1}^1 dx\int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$	4	$\int\limits_0^R dx\int\limits_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y)dy$

6. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ *. Предварительно сделать чертеж области интегрирования.*

№№	f(x,y)	Уравнения линий, ограничивающих область D
1	$\dfrac{y^2}{x}$	$y=x, y=2x, x=2, x=4$
2	x^3y^2	$x^2+y^2=R^2$

3	$x^2 + y$	$y = x^2, y^2 = x$
4	$\frac{x^2}{y^2}$	$x = 2, y = x, yx = 1$

7. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной данными линиями.

№№	Уравнения линий	№№	Уравнения линий
1	$x = y^2 - 2y; x + y = 0$	5	$3x^2 = 25y; 5y^2 = 9x$
2	$y = 2 - x; y^2 = 4x + 4$	6	$xy = 4; x + y = 5$
3	$y^2 = 4x - x^2; y^2 = 2x$ (вне параболы)	7	$x + y = 1; x + 3y = 1;$ $x = y; x = 2y$
4	$3y^2 = 25x; 5x^2 = 9y$	8	$\rho = 4\sin\varphi; \rho = 2\sin\varphi$

8. Вычислить объем тела, ограниченного данными поверхностями. Найти координаты центра масс этого тела в предположении, что оно однородно.

№№	Уравнения поверхностей	№№	Уравнения поверхностей
1	$z = 0; z = y; x = 0$ $x = 4; y = \sqrt{25 - x^2}$	3	$z = 0; z = x^2; y = 0;$ $x + y = 4$
2	$z = 0; z = 16 - x^2;$ $y = 0; x + y = 8; x = 0$	4	$z = 0; z = 4\sqrt{y}; x = 0;$ $2x + y = 6$

Образец индивидуального задания №5

1. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка.

1.1. $xy' = y\left(1 + \ln\frac{y}{x}\right)$;

1.2. $y' - y = 2x - 3$

1.3. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

1.4. $y' - 7y = 8e^{3x}$

1.5. $(xy' - y)\sin\frac{y}{x} = x$

1.6. $y' \cdot \cos x - y\sin x = \cos^2 x$

1.7. $(xy^2 - y^2)dx - (x^2y + x^2dx = 0)$

1.8. $\sec^2 x \cdot \operatorname{tg} y dx + \sec^2 y \cdot \operatorname{tg} x dy = 0$

2. Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям.

2.1.	$y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x$	$y(0) = 0$	$y'(0) = 0$
2.2	$y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$	$y(0) = 4/3$	$y'(0) = 1/27$
2.3	$y'' + 4y = e^{-2x}$	$y(0) = 0$	$y'(0) = 0$
2.4	$y'' - 2y' + 5y = xe^{2x}$	$y(0) = 1$	$y'(0) = 0$
2.5.	$y'' + 5y' + 6y = 12\cos 2x$	$y(0) = 1$	$y'(0) = 3$
2.6.	$y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x}$	$y(0) = 0$	$y'(0) = 0$
2.7.	$y'' - 4y' + 13y = 26x + 5$	$y(0) = 1$	$y'(0) = 0$

3. Задача Коши

3.1. . $y'' - 4y' = 6x^2 + 1 \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 3$

3.2. $y'' - 2y' + y = 16e^x \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 2$

3.3. $y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 2$

Образец индивидуального задания №6 (тест)

«Ряды»						
Отметьте номер правильного ответа. Варианты ответов						
№	Задания	1	2	3	4	5
1	Дан числовой положительный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Известно, что $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=k,\ \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=m$. Укажите все невозможные сочетания k и m: А) $k<1;\ m>1$; Б) $k=0;\ m=\infty$; В) $k<1;\ m<1$; Г) $k>1;\ m<1$; Д) $k>1;\ m>1$.	В,Д	А,Г	А,Б,Г	Б, В, Д	Б
2	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
3	Определить, какие ряды сходятся: А) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}$; Б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{2n+3}$; В) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{8^n}$; Г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln(n+1)}{n+1}$.	А,В	В,Г	А,В,Г	А,Г	В
4	Исследовать на сходимость ряды А) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+5)^n}$; Б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^2}{n^6+3}$.	А сх. абс. Б сх. усл.	А расх. Б сх. усл.	Оба сх.усл.	Оба сх.абс.	А сх. усл. Б сх. абс.
5	Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-5)^n}{n^3}$	$\frac{1}{5}$	2	5	$\frac{1}{2}$	10
6	Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2x)^n}$	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$
7	Разложить в ряд Маклорена функцию $\frac{e^{3x}-1}{9x}$	$\frac{x}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{2}+\ldots$	$\frac{1}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{2}+\ldots$	$\frac{x}{3}-\frac{x^3}{2}+\frac{x^5}{2}+\ldots$	$\frac{1}{3}-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2}+\ldots$	$\frac{1}{3}+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2}+\ldots$
8	Функция $f(x)=\begin{cases}-2, -2\le x<0\\ 2x,\ 0\le x\le 2\end{cases}$ разложена на отрезке $[-2;2]$ в тригонометрический ряд Фурье. Этот ряд в точке $x=0$ сходится к	0	1	-2	-1	4

9	Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $f(x)=\begin{cases}3, & 0\le x<2\\ 0, & 2\le x\le 5\end{cases}$	$-\frac{6}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{\pi n x}{5}$	$\frac{6}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{2\pi n}{5}-1}{n}\times$ $\times\sin\frac{\pi n x}{5}$	$-\frac{6}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{2\pi n}{5}-1}{n}\times$ $\times\sin\frac{\pi n x}{5}$	$-\frac{6}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{2\pi n}{5}}{n}\sin\frac{\pi n x}{5}$	$-\frac{3}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{2\pi n}{5}-1}{n}\times$ $\times\sin\frac{\pi n x}{5}$

1. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда.

1. $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\ldots$ 2. $\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3\sqrt{3}}+\frac{4}{9}+\frac{5}{9\sqrt{3}}+\ldots$ 3. $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\ldots$ 4. $\frac{1}{2\ln 2}+\frac{1}{3\ln 3}+\frac{1}{4\ln 4}+\ldots$

2. Исследовать сходимость числового ряда.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot 2^{2n}}{3n^3+1}$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{e^{n+1}}$; 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n}{2n+1}\right]^n$; 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n-4}{6^n}$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^2+2}$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n^3+1}}$; 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot\sqrt{n}}{(2n-1)(2n+3)}$; 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot(n+2)}{n^3+1}$

4. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда на концах интервала сходимости.

1. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2+2}{3^n}(x+3)^n$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx^n}{7n^3+1}$; 3. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n^2-6}{6n}(x-6)^n$; 4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(x+4)^n}{\sqrt[3]{n^4-2}}$

5. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подинтегральной функции в степенной ряд. Результаты получить с точностью до 0.001.

1. $\int_0^1\sqrt{x}\cdot\cos\frac{x}{2}dx$; 2. $\int_0^1\sqrt[3]{x}\cdot\sin\frac{x}{3}dx$; 3. $\int_0^1 x^2\cdot e^{-x^2}dx$; 4. $\int_0^{\frac{1}{2}}\sqrt{x}\cdot\ln(1+x^2)dx$

Контрольная работы №2

1. Найдите предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{7-x}-\sqrt{x+1}}{3x^2-10x+3}$.
2. Вычислите предел функции $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$.
3. Найдите производную функции $y=\dfrac{\ln(x+1)}{x^{-2}}$.
4. Дана функция $y=\ln\left(x^2-4\right)$. Вычислите $y'''(3)$.
5. Найдите неопределенный интеграл $\int\sqrt{1+e^x}\,e^x dx.$
6. Вычислите определенный интеграл $\int\limits_0^{\pi}\cos(x+\pi/2)\,dx$.
7. Вычислите несобственный интеграл или докажите его расходимость $\int\limits_e^{\infty}\dfrac{\ln x\,dx}{x}$.
8. Найти угол между векторами $\bar{m}$ и $\bar{n}$, если $|\bar{m}|=1$, $|\bar{n}|=1$, а векторы $\bar{a}=3\bar{m}+2\bar{n}$ и $\bar{b}=\bar{m}-\bar{n}$ перпендикулярны.
9. Найти объем пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}=(-12;2;-4)$, $\bar{b}=(-4;2;3)$, $\bar{c}=(-3;4;-3)$.
10. Вычислите площадь области, ограниченной линиями $D: x=\sqrt{y},\ y+x=2,\ y=0.$
11. Найдите объем тела, ограниченного заданными поверхностями: $x^2+y^2=1,\ x+2y+z=10,\ z=0.$
12. Вычислите интеграл $\int\limits_L y(2-x^2)dx+x(3+y^2)dy,\quad L: x^2+y^2=3.$
13. Исследуйте на сходимость ряд $\sum\limits_{n\in N}u_n$, если его общий член задан формулой $\dfrac{4n^3-1}{3n^5+2}$
14. Исследуйте на сходимость ряд $\sum\limits_{n\in N}u_n$, общий член которого задан формулой $\dfrac{\sin^5 n}{5^n}$.
15. Найдите область сходимости функционального ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n^2}\sin^n x$

16. Вычислите интеграл $\int_0^{0,25} e^{-x^2} dx$ с точностью до 0,001.

Семестр 3

Образец индивидуального задания №7

1. "Политический тотализатор" - игра для взрослых. В областную Думу Томска от каждого округа избираются по 2 депутата. По первому избирательному округу зарегистрировали 9 кандидатов, по 2-му, 3-му и 6-му - по 11, по 4-му - 12, а по 5-му - 7 кандидатов. Игрок наугад отмечает (избирает) по 2 фамилии кандидатов по каждому из 6 округов. Какова вероятность того, что отгаданы все 12 депутатов?
2. В равносторонний треугольник, длина стороны которого равна a, наудачу бросается точка. Вероятность попадания точки одинакова по всей площади треугольника. В треугольник вписана окружность, в эту окружность вписан квадрат. Какова вероятность того, что наудачу брошенная в треугольник точка попала в окружность, но не попала в этот квадрат?
3. В магазине работают 10 продавцов, из них 6 женщин. В смене заняты 3 продавца. Какова вероятность того, что все они мужчины, хотя бы 1 продавец мужчина?
4. В механизм входят 3 одинаковые детали. Работа механизма нарушается, если при его сборке будут поставлены хотя бы 2 детали, размера, больше обозначенного на чертеже. У сборщика осталось 12 деталей, из которых 5 большего размера. Какова вероятность нормальной работы механизма, если сборщик берет детали наудачу?
5. В магазин поступили телевизоры трех фирм. От первой фирмы поступило 20 телевизоров, от второй - 10 телевизоров, и от третьей - 70 телевизоров. Вероятности брака у каждой фирмы соответственно равны 0.02; 0.03 и 0.05. Какова вероятность того, что случайно приобретенный телевизор будет качественным?
6. Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – пять белых и один черный шар. Из урны, выбранной наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?
7. Батарея произвела 6 выстрелов по объекту. Вероятность попадания в объект при 1 выстреле равна 0.3. Найти: а) наивероятнейшее число попаданий; б) вероятность наивероятнейшего числа попаданий.
8. Имеется сеть из 10 000 элементов, вероятность включения которых независима и равна 0.6. Чему равно наивероятнейшее число включенных элементов и соответствующая ему вероятность?
9. Случайная величина X распределена по закону:

x	-1	0	1
p	1/6	1/2	1/3

10. А случайная величина $y = x^2$. Чему равен коэффициент корреляции?
11. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x_0^3}{x^3}, & x \geq x_0 \ (x_0 > 0), \\ 0 & x < x_0. \end{cases}$$

12. Необходимо найти: $f(x), M[x], D[x]$.

Образец индивидуального задания №8 (тест)

1. Если каждый объект генеральной совокупности имеет одинаковую вероятность попасть в выборку, то выборка называется:
   1) простой; 2) повторной; 3) бесповторной;
   4) репрезентативной; 5) генеральной.
2. Какой из приведенных ниже статистических вариационных рядов является интервальным рядом?
   1) 1, 1, 2, 3, 5, -1, 0.
   2)

1	2	3	4	
3	5	2		

   3) 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4

2	3	2	5	4

   4)

(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)	
3	5	4		

   5)

1	(1; 2)	2	(2; 3)	3	

3. Интервальный вариационный ряд графически можно изобразить:
   1) полигоном и гистограммой;
   2) только полигоном;
   3) только гистограммой;

4) гистограммой и кумулятивной кривой;
5) полигоном и кумулятивной кривой.

4. Выборочное среднее квадратичное отклонение показывает
1) меру разброса относительно среднего, выраженную в квадратных единицах вариант;
2) меру разброса относительно среднего, выраженную в тех же единицах, что и варианты;
3) симметричность относительно прямой x = M[X];
4) среднее значение, вокруг которого группируются варианты;
5) «островершинность» или «плосковершинность» графика функции распределения

5. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии имеет вид:

1) $\bar{x} - t(P, n-1) \cdot \frac{S^*}{\sqrt{n}} < M[x] < \bar{x} + t(P, n-1) \cdot \frac{S^*}{\sqrt{n}}$;

2) $\bar{x} - t(P) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < M[x] < \bar{x} + t(P) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

3) $\bar{x} - t(P) \cdot \frac{S^*}{\sqrt{n}} < M[x] < \bar{x} + t(P) \cdot \frac{S^*}{\sqrt{n}}$;

4) $\bar{x} - t(P, n-1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < M[x] < \bar{x} + t(P, n-1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

5) $S^* \cdot \gamma_1 < \sigma < S^* \cdot \gamma_2$

6. Точечная оценка, которая имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок того же параметра, называется
1) эффективной 2) неэффективной 3) состоятельной
4) несостоятельной 5) центральной

7. При проверке гипотезы о равенстве математических ожиданий наблюдаемое значение критерия сравнивают с критической точкой распределения:
1) Стьюдента; 2) Фишера; 3) Пирсона; 4)Гаусса; 5)нормального.

8. Что не надо делать при проверке статистической гипотезы о теоретическом законе распределения:
1)определить основную гипотезу;
2)найти доверительные интервалы для оценки параметров;
3)задать уровень значимости или доверительной вероятности;
4)найти числовые характеристики;
5)вычислить наблюдаемое значение критерия

Контрольная работа №3

1. Три независимых исследователя производят измерения физической величины. Вероятность ошибки при считывании с прибора – 0,1; 0,15 и 0,2. Найдите вероятность того, что хотя бы один исследователь ошибется.
2. При выборочном контроле вероятность того, что деталь не будет проконтролирована – 0,2. Найдите вероятность того, что среди 400 деталей непроверенными окажутся 90.
3. В урне белые и черные шары перемешаны в отношении 5:2. Шар вынимают, регистрируют и возвращают в урну. Составьте закон распределения числа белых шаров в выборке из трех шаров.
4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 \le x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найдите числовые характеристики данной случайной величины.

2.2. Формы промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их основные свойства.
2. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
3. Понятие об определителе n-го порядка. Его вычисление.

4. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
5. Матрицы, их виды. Операции над матрицами и их свойства.
6. Обратная матрица. Ее вычисление.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Ранг матрицы. Теорема Кронекера- Капели.
9. Метод Гаусса.
10. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства.
11. Орты, декартова система координат. Разложение вектора по ортам.
12. Скалярное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие ортогональности векторов.
13. Векторное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие коллинеарности векторов.
14. Смешанное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие компланарности трех векторов.
15. Уравнение плоскости в нормальной, векторной и координатной форме. Общее уравнение плоскости.
16. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
17. Векторное, каноническое и параметрическое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
18. Определение метрического пространства. Примеры. Предел отображения. Предел последовательности, предел функции одной и многих переменных. Предел в бесконечно удаленной точке.
19. Бесконечно малые (БМ), бесконечно большие (ББ), ограниченные и отделимые от нуля величины. Их основные свойства. Основные свойства пределов.
20. Сравнение БМ и ББ. Эквивалентные БМ и ББ. Их свойства.
21. Первый и второй замечательные пределы. Их следствия. Таблица эквивалентных БМ.
22. Непрерывность отображения. Непрерывность числовой функции одной и многих переменных.

Вопросы к экзамену

1. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
2. Дифференциал отображения. Дифференциал и производная числовой функции одной переменной. Таблица производных.
3. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Производная и дифференциал сложной функции многих переменных. Производная неявной функции одной и многих переменных.
4. Производные и дифференциалы высших порядков для функции одной переменной. Частные производные и дифференциалы высших порядков для функции многих переменных.
5. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Роля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
6. Формула Тейлора для функции одной переменной. Представление по формуле Тейлора основных элементарных функций. Выделение главной части БМ с помощью формулы Тейлора.
7. Приложение формулы Тейлора к исследованию функции: возрастание, убывание, экстремумы; выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты плоских кривых.
8. Формула Тейлора для функции многих переменных. Локальные и условные экстремумы функции многих переменных.
9. Глобальные экстремумы функции многих переменных. Производная по направлению. Градиент.
10. Неопределенный интеграл и его свойства.
11. Определенный интеграл и его свойства.
12. Интеграл по мере области.
13. Вычисление определенного интеграла. Формула и Ньютона-Лейбница.
14. Интегрирование путем замены переменной и по частям.
15. Несобственные интегралы и их свойства.
16. Применение определенного интеграла в экономике.
17. Ряды с положительными членами.
18. Признаки сходимости рядов с положительными членами: Даламбера, Коши-радикальный. Коши-интегральный, сравнения, необходимый признак.
19. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
20. Признаки сходимости знакочередующихся рядов.
21. Функциональные ряды. Область сходимости, равномерная сходимость.
22. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
23. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
24. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
25. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия и задача Коши.
26. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
27. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

28. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
29. Двойные интегралы. Основные свойства.
30. Вычисление двойных интегралов.
31. Двойной интеграл в полярных координатах.
32. Тройные интегралы. Основные свойства.
33. Вычисление тройных интегралов.
34. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
35. Тройной интеграл в сферических координатах.
36. Криволинейные интегралы.
37. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина.
38. Точечные и интервальные оценки параметров распределения генеральной совокупности.
39. Проверка гипотез. Основные понятия:нулевая и конкурирующая гипотезы, ошибки первого и второго рода, уровень значимости гипотезы,область принятия гипотезы. Критическая область. Дисперсионный анализ.
40. Корреляционно-регрессионный анализ. Коэффициент корреляции, его свойства.
41. Коэффициент регрессии, его свойства. Уравнение линиии регрессии.
42. Общая схема задачи линейного программирования.
43. Графический метод решения задач ЛП.
44. Определение оптимального плана.
45. Какие методы сбора информации вы знаете?
46. Назовите применяемые Вами способы поиска, критического анализа и синтеза информации при изучении раздела «Линейная алгебра».
47. Какой качественный метод сбора информации вы использовали при изучении математической статистики?

Вопросы к зачету

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Классическое и статистическое определение вероятностей.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.
5. Законы распределения случайных величин.
6. Нормальный закон распределения.
7. Равномерный закон распределения.
8. Показательное распределение.
9. Закон Пуассона.
10. Биномиальный закон распределения.
11. Предмет математической статистики.
12. Генеральная совокупность. Выборка. Вариационный ряд.
13. Гистограмма и полигон.
14. Статистические характеристики вариационных рядов: выборочная средняя, выборочная дисперсия.
15. Моменты вариационного ряда
16. Точечные оценки параметров распределения генеральной совокупности.
17. Интервальные оценки параметров распределения генеральной совокупности.
18. Гипотеза о законе распределения генеральной совокупности.
19. Проверка гипотезы о законе распределения по критериям согласия:
20. Критерий Пирсона;
21. Критерий Колмогорова;
22. Критерий Стьюдента.
23. Корреляционный анализ.
24. Регрессионный анализ.
25. Дисперсионный анализ.
26. Постановка задачи линейного программирования.
27. Общая схема задачи линейного программирования.
28. Графический метод решения задач ЛП.
29. Определение оптимального плана.

Примерная структура билета

САМАРСКИЙ ПОЛИТЕХ
Опорный университет

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный технический университет» (ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

Филиал ФГБОУ ВО «СамГТУ» в г. Белебее Республики Башкортостан

Кафедра *Инженерных технологий*

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине (модулю) *«Математика»*
Код направления подготовки (специальности) *13.03.02БФ СамГТУ*

1. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
2. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Составил:
Ст.преподаватель_____И.А.Попова
(подпись)
«____» _____ 20__ г.

Утверждаю:
Зав.кафедрой_____А.А.Цынаева
(подпись)
«____» _____ 20__ г.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

3.1. Характеристика процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

Таблица 5

№ п/п	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Методы оценивания	Виды выставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений, обучающихся
1.	Практические задания	систематически на практических занятиях /письменно и устно / в личном кабинете	экспертный	по пятибалльной шкале	ведомость текущего контроля
2.	Контрольные работы	систематически на практических занятиях / письменно и устно / в личном кабинете	экспертный	по пятибалльной шкале	ведомость текущего контроля
3.	Промежуточная аттестация – вопросы к зачету, экзамену, зачету	по окончании изучения дисциплины/ устно и письменно	экспертный	зачтено / незачтено, по пятибалльной шкале	зачетная и экзаменационная ведомость, зачетная книжка

3.2. Критерии и шкала оценивания результатов изучения дисциплины во время занятий (текущий контроль успеваемости)

Критерии оценивания практических заданий

Таблица 6

Шкала оценивания	Критерии оценки	Кол-во баллов
«Отлично»	Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показатели рейтинга (все предусмотренные РПД учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному).	(41-50) баллов
«Хорошо»	Студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы, допуская незначительные погрешности, показатели рейтинга (все предусмотренные РПД учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено максимальным числом баллов).	(31-40) баллов
«Удовлетворительно»	Студент показывает достаточные, но неглубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы, достигнуты минимальные или выше показатели рейтинговой оценки при наличии выполнения предусмотренных РПД учебных заданий	(21-30) баллов
«Неудовлетворительно»	Ответы на вопросы даны не верно	(1-20) баллов

Критерии оценивания контрольных работ

Таблица 7

Шкала оценивания	Критерии оценки	Кол-во баллов
«Отлично»	выставляется, если студент активно работает в течение всего занятия, дает полные ответы на вопросы преподавателя в соответствии с планом практического или лабораторного занятия и показывает при этом глубокое овладение материалом, соответствующей литературой, способен выразить собственное отношение к данной проблеме, проявляет умение самостоятельно и аргументированно излагать материал, анализировать явления и факты, делать самостоятельные обобщения и выводы, правильно выполняет учебные задачи, допуская не более 1-2 арифметических ошибок или описок.	(41-50) баллов
«Хорошо»	выставляется при условии соблюдения следующих требований: студент активно работает в течение практического или лабораторного занятия, вопросы освещены полно, изложения материала логическое, обоснованное фактами, со ссылками на соответствующие литературные источники, освещение вопросов завершено выводами, студент обнаружил умение анализировать факты и события, а также выполнять учебные задания. Но в ответах допущены неточности, некоторые незначительные ошибки, имеет место недостаточная аргументированность при изложении материала, нечетко выраженное отношение студента к фактам и событиям или допущены 1-2 арифметические и 1-2 логические ошибки при решении практических задач.	(31-40) баллов
«Удовлетворительно»	выставляется в том случае, когда студент в целом овладел сути вопросов по данной теме, обнаруживает знание материала и учебной литературы, пытается анализировать факты и события, делать выводы и решать задачи. Но на занятии ведет себя пассивно, отвечает только по вызову преподавателя, дает неполные ответы на вопросы, допускает грубые ошибки при освещении теоретического материала или 3-4 логических ошибок при решении практических задач.	(21-30) баллов
«Неудовлетворительно»	выставляется в случае, когда студент обнаружил несостоятельность осветить вопрос вопросы освещены неправильно, бессистемно, с грубыми ошибками, отсутствуют понимания основной сути вопросов, выводы, обобщения, обнаружено неумение решать учебные задачи. Неточность, нечеткость в освещении вопросов, а также одна арифметическая ошибка снижают максимальную оценку на 0,5 балла, одна логическая ошибка или ошибка по сути или содержанием данного вопроса.	(1-20) баллов

Общие критерии и шкала оценивания результатов для допуска к промежуточной аттестации

Таблица 8

Наименование оценочного средства		Балльная шкала
1.	Индивидуальные задания	0-50 баллов
2.	Контрольные работы	0-50 баллов
	Итого:	100 баллов

Максимальное количество баллов за семестр – 100. Обучающийся допускается к экзамену при условии 51 и более набранных за семестр баллов.

3.3. Критерии и шкала оценивания результатов изучения дисциплины на промежуточной аттестации

Основанием для определения оценки на экзаменах служит уровень освоения обучающимися материала и формирования компетенций, предусмотренных программой учебной дисциплины.

Успеваемость на **зачете** определяется оценками: «зачтено», «не зачтено».

Оценку «зачтено» получает обучающийся, освоивший компетенции дисциплины на всех этапах их формирования **на 51-100 %,** показавший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные рабочей программой, усвоивший основную и ознакомленный с дополнительной литературой, рекомендованной программой.

Оценку «не зачтено» получает обучающийся, освоивший компетенции дисциплины на всех этапах их формирования менее чем **на 51%,** обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных рабочей программой заданий.

Шкала оценивания результатов

Таблица 9

Процентная шкала (при ее использовании)	Оценка в системе: «зачтено - не зачтено»
0-50%	Не зачтено
51-100%	Зачтено

Успеваемость на экзамене определяется оценками: 5 «отлично»; 4 «хорошо»; 3 «удовлетворительно»; 2 «неудовлетворительно».

Оценку «отлично» получает обучающийся, освоивший компетенции дисциплины на всех этапах их формирования **на 85-100 %,** показавший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные рабочей программой, усвоивший основную и ознакомленный с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь основных положений учебной дисциплины, необходимых для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.

Оценку «хорошо» заслуживает обучающийся, освоивший компетенции дисциплины на всех этапах их формирования **на 71-84 %,** обнаруживший полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные рабочей программой задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется обучающимся, продемонстрировавшим систематическое владение материалом дисциплины, способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности, но допустившим несущественные неточности в ответе.

Оценку «удовлетворительно» получает обучающийся, освоивший компетенции дисциплины на всех этапах их формирования **на 51-70 %,** обнаруживший знание основного учебного материала в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных рабочей программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для устранения под руководством преподавателя допущенных недочетов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, освоившему компетенции дисциплины на всех этапах их формирования менее чем **на 51%,** обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных рабочей программой заданий.

Шкала оценивания результатов

Таблица 10

Процентная шкала (при ее использовании)	**Оценка в системе «неудовлетворительно – удовлетворительно – хорошо – отлично»**
0-50%	Неудовлетворительно
51-70%	Удовлетворительно
71-84%	Хорошо
85-100%	Отлично

Приложение 2

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала ФГБОУ ВО «СамГТУ»
в г. Белебее Республики Башкортостан

_____ Л.М. Инаходова
«____» _____ 20__ г.

Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины (модуля)

Б1.О.02.01 «Высшая математика»

по направлению подготовки (специальности) 08.03.01 «Строительство» по направленности (профилю) подготовки «Теплогазоснабжение и вентиляция»

на 20__/20__ учебный год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

1) .....;
2) .....;

Разработчик дополнений и изменений:

_____	_____	_____
(должность, степень, ученое звание)	(подпись)	(ФИО)

Дополнения и изменения рассмотрены и одобрены на заседании кафедры «____» _____ 20___ г., протокол № ____.

Заведующий кафедрой

_____	_____
(степень, звание, подпись)	(ФИО)

Приложение 3

Аннотация рабочей программы дисциплины

Б1.О.02.01 «Высшая математика»

Код и направление подготовки (специальность) **08.03.01 Строительство**

Направленность (профиль) **Теплогазоснабжение и вентиляция**

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очно-заочная**

Год начала подготовки **2022**

Выпускающая кафедра **Инженерные технологии**

Кафедра-разработчик **Инженерные технологии**

Объем дисциплины, ч. / з.е. **360 / 10**

Форма контроля (промежуточная аттестация) **экзамен, контрольная работа, экзамен, контрольная работа, зачет**

	Час. / з.е.	Лек. зан., час.	Лаб. зан., час.	Практич. зан., час.	КСР	СРС	Контроль	Форма контроля
1	144 / 4	8	-	8	4	115	9	экзамен, контрольная работа
2	180 / 5	8	-	8	5	150	9	экзамен, контрольная работа
3	36 / 1	2	-	2	1	27	4	зачет
Итого	360 / 10	18	-	18	10	292	22	экзамен, контрольная работа, экзамен, контрольная работа, зачет

Универсальные компетенции:	
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ИД-1 УК-1	Выполняет поиск необходимой информации, её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи
ИД-2 УК-1	Использует системный подход для решения поставленных задач
Общепрофессиональные компетенции:	
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата
ИД-4 ОПК-1	Представляет базовые для профессиональной сферы физические процессы и явления в виде математического(их) уравнения(й)
ИД-6 ОПК-1	Выполняет решение инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа
ИД-7 ОПК-1	Выполняет решение уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа
ИД-8 ОПК-1	Осуществляет обработку расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами
Профессиональные компетенции:	
не предусмотрены учебным планом	

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов математического анализа, основ аналитической геометрии, теории вероятности и математической статистики.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме практических заданий и контрольных работ, промежуточный контроль в форме зачетов и экзамена.